

## SOMBRAS NUMA MONTANHA DETERMINAÇÃO DA VELOCIDADE DA ROTAÇÃO TERRESTRE

### SHADOWS ON A MOUNTAIN DETERMINATION OF EARTH'S ROTATIONAL VELOCITY

Néstor Camino<sup>1</sup>, Damián Assim Simeoni<sup>2</sup>, Isaac Funes<sup>2</sup>, Facundo Rigatuso<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Complejo Plaza del Cielo – CONICET - FHCS UNPSJB, nestor.camino@speedy.com.ar

<sup>2</sup> Ex estudantes del Colegio Salesiano de Esquel

**Resumo:** *Partimos do pressuposto de que era possível determinar a velocidade angular de rotação da Terra por meio da medição da variação angular nas sombras projetadas pelo horizonte em uma montanha perto de nossa cidade, durante o pôr do sol de primavera. Depois de realizar os cálculos, descobrimos um valor para a velocidade angular da rotação da Terra inaceitável, mesmo dentro de amplas margens de incerteza. Isso fez-nos repensar os pressupostos do método utilizado. Como um aspecto importante do processo educacional que informamos neste trabalho, destaca-se a reavaliação de erro como fonte de aprendizagem, e o esforço para procurar maneiras significativas para a construção de experiências didáticas no ensino da Astronomia, por meio de observação sistemática do céu, seus objetos e processos, trabalhando com eles a partir de uma abordagem científica e didática. Este trabalho foi desenvolvido por uma equipe de três (2) estudantes (com 18 anos), quando eles estavam no último ano do ensino médio, na instituição educacional Colégio Salesiano San Luis Gonzaga, e coordenado por um investigador externo (1). O estudo durou todo o ano acadêmico de 2007. Nos dias de hoje, tais estudantes tenham concluído os seus estudos universitários.*

**Palavras-chave:** Velocidade da rotação terrestre; Sombras; Montanha; Observação. Erro.

**Abstract:** *We assumed it was possible to determine the angular speed of Earth rotation by means of measuring the angular variation in the shadows projected by the horizon on a mountain close to our city, during spring sunsets. After performing the calculations, we find a value for the angular speed of Earth's rotation unacceptable, even within wide margins of uncertainty. This made us rethink the assumptions of the method used. As a valuable aspect of the educational process that we inform in this work, we highlight the revaluation of error as a source of learning, and the effort to search meaningful ways to construct didactical experiences in the teaching of Astronomy, by means of systematic observation of the sky, its objects and processes, working with them from a scientific and didactical approach. This work was developed by a team of three (2) students (18 years old), when they were in their last year of Secondary School, coordinated by an external investigator (1), in the educational institution Colegio Salesiano San Luis Gonzaga. The study spanned a whole academic year 2007; nowadays, they had finished their university studies.*

**Keywords:** Earth's rotational velocity; Shadows; Mountain; Observation. Error.

## INTRODUCCIÓN

Presentamos en este trabajo una experiencia sencilla, diseñada originalmente para determinar en forma indirecta la velocidad de rotación de la Tierra, a partir de medir los instantes de tiempo en que se van proyectando las sombras de la Tierra sobre una de las montañas cercanas a Esquel durante la puesta del Sol, lo cual se da con mayor definición durante la primavera.

El trabajo fue realizado a partir de la actividad de investigación que Damián, Isaac y Facundo desarrollaron en 2007, en la asignatura “Proyectos de Investigación en Ciencias Naturales”, cuando cursaron el último año del nivel secundario en el Instituto Salesiano San Luis Gonzaga de Esquel, siendo asesorados y acompañados durante ese año por un profesor universitario (NC), externo a la Institución.

El presente trabajo da continuidad al presentado en SNEA III, por los mismos autores, que consistió en determinar la velocidad angular de la Tierra a partir de la observación de la estrella Hamal y del planeta Marte, midiendo los intervalos de tiempo en que ambos objetos salían por detrás de la montaña, cuando las respectivas salidas eran observadas desde dos lugares distintos, uno cercano y el otro lejano a la montaña (diferencias temporales producidas por el efecto de paralaje). (Camino et alii, 2014).

## LA ROTACIÓN DIURNA DE LA TIERRA Y EL CAMBIO EN LAS SOMBRAS

La experiencia realizada, muy elemental desde lo conceptual y con fines netamente didácticos, se realizó midiendo intervalos de tiempo con relojes basados en el Sistema Internacional, derivado del Tiempo Solar Medio, utilizando como referencias espaciales las sombras producidas por el propio planeta Tierra sobre una montaña. La velocidad angular que tomaremos como referencia es:

$$\omega_{\text{Tierra}} = 360^\circ/24\text{h}_{(\text{TSM})} = 15^\circ/\text{h}_{(\text{TSM})}$$

Cabe notar que la sombra del propio planeta puede evidenciarse, habitualmente, a partir del efecto de la variación de intensidad y color de la luz sobre la atmósfera en la región del horizonte opuesta a la zona donde se puso el Sol (o su viceversa, antes del amanecer), y que se denomina “el cinturón de Venus” (Atmospheric Optics, 2014). Sin embargo, tal efecto, hermoso pero muy difuso, prácticamente impide utilizarlo para estimar el valor de la velocidad de rotación terrestre. La existencia de una montaña, funcionando como una pantalla de proyección, posibilita la visualización de un borde aproximadamente neto (un “terminador”), y así poder registrar los instantes de tiempo en que tal borde va tocando ciertos hitos (morros, planicies, filos), sobre el cuerpo de la misma.

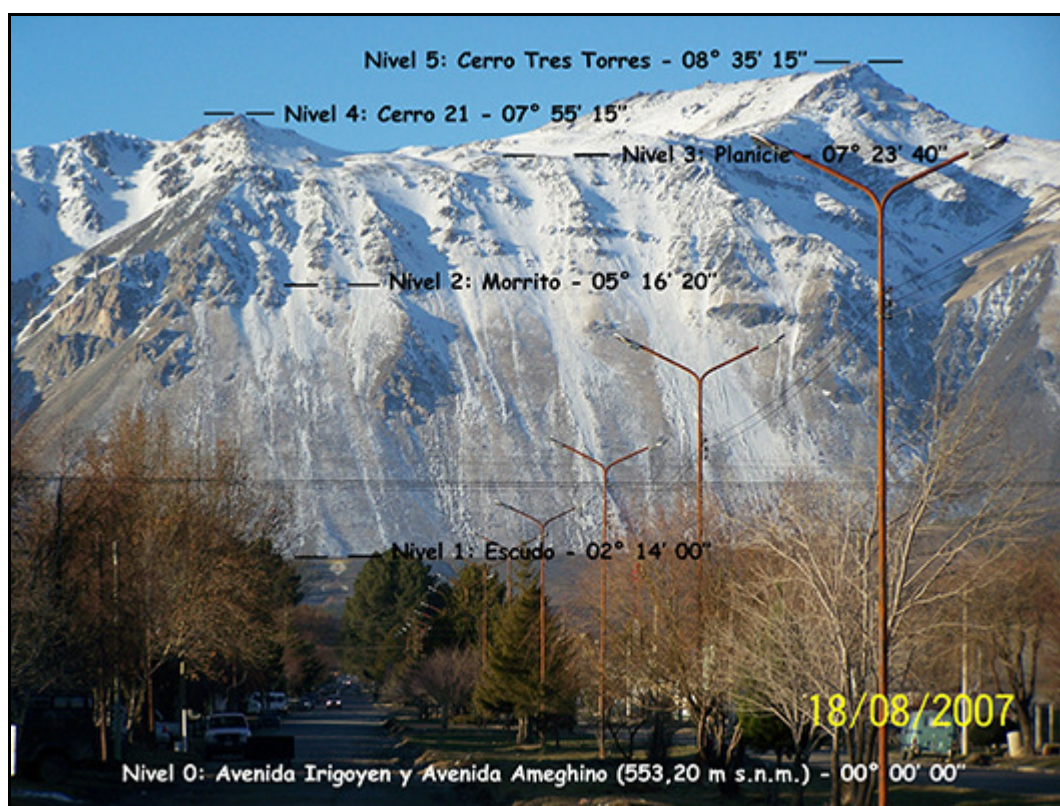
## ALTURAS ANGULARES DE LOS HITOS SOBRE LA MONTAÑA

La ciudad de Esquel (42° 55' S, 71° 20' O, 568 m.s.n.m.) está ubicada en Chubut, en la Patagonia argentina. Los picos cercanos más altos son el cerro R21 (al NNE, 1.772 m, Figura 1), el Tres Torres (al NE, 2.082 m) y el macizo Nahuel Pan (al SE, 2.153 m, pico máximo de la región). Por ser el trazado geométrico de Esquel una grilla cuadrículada orientada a 45° de la dirección N-S, y dada la orientación del Cordón Esquel (NO-SE), una de las avenidas principales de la ciudad, la avenida Ameghino, es prácticamente perpendicular a los cerros R21 y Tres Torres, los picos más altos del citado Cordón Esquel, los cuales forman una especie de “pared” en el paisaje cotidiano de nuestra ciudad, cubriendo la región del horizonte E-N.



**Figura 1:** Esquel y la zona cercana (distancia desde el punto de observación hasta la pared del cerro  $\approx 10$  km). Imagen: Captura de Google Earth, editada por los autores.

Se identificaron sobre la pared del cerro ciertos hitos de referencia, fácilmente visibles a ojo desnudo, y notorios en cuanto a la proyección de la sombra terrestre sobre ellos (Figura 2).



**Figura 2:** Alturas angulares de los puntos de referencia sobre la montaña. Imagen: de los autores.



Se midieron luego las alturas angulares de los hitos, vistos desde el lugar de observación, mediante la utilización de un teodolito (Tabla 1).

**Tabla 1:** Alturas angulares de los puntos de referencia sobre la pared de la montaña.

| <b>ALTURAS ANGULARES DE LOS HITOS DE REFERENCIA<br/>con respecto al Nivel 0: Avenida Irigoyen y Avenida Ameghino<br/>(553,2 m s.n.m. – x=5.247.536, y=1.554.797) – 00° 00' 00"</b> |             |
|--|-------------|
| Nivel 1: Meseta superior al Escudo   | 02° 14' 00" |
| Nivel 2: Morrito en la montaña   | 05° 16' 20" |
| Nivel 3: Planicie superior en la montaña   | 07° 23' 40" |
| Nivel 4: Cerro 21  | 07° 55' 15" |
| Nivel 5: Cerro Tres Torres   | 08° 35' 15" |

## METODOLOGÍA

La metodología utilizada fue muy sencilla, ya que consistía en registrar los instantes de tiempo en que la sombra de la Tierra, proyectada sobre la montaña en las puestas de Sol, tocaba los distintos hitos elegidos como referencias espaciales.

Se realizaron observaciones durante muchos días a partir de la última semana de septiembre y hasta fines de noviembre, con la máxima regularidad posible dentro de lo que el clima primaveral permitió. En especial, se buscaba constatar el cambio de la inclinación de sombras sobre la montaña al pasar los días, y poder así asegurar que las medidas finales se tomaran cuando la sombra se marcaba en forma horizontal, paralela a la base de la montaña (Figura 3).



**Figura 3:** El borde de la sombra proyectado sobre la montaña. Imagen: de los autores.  
Ver un video en: <https://www.facebook.com/Plaza-del-Cielo-633523626711917/>

Para tener la mayor precisión posible en la obtención de los instantes de tiempo, se tomaron videos con cámaras digitales desde que la sombra comienza a notarse en la base de la montaña hasta que la totalidad de la misma deja de recibir luz solar directa. Estos registros permitieron un trabajo posterior sobre las imágenes de gran calidad, a lo que se suma que el contador de tiempo interno de las cámaras queda registrado en los videos y por esto es muy precisa la determinación del intervalo de tiempo buscado.

Cabe destacar que la línea de sombra sobre la montaña es no sólo difusa (como todo terminator, debido a la influencia de la atmósfera), sino que además es irregular, por dos razones: una, la pantalla de proyección (la montaña) no es una pared lisa vertical, sino que tiene cierta inclinación y relieve; otra, porque el objeto que proyecta la sombra, el horizonte terrestre opuesto a la montaña, hacia el SO, a su vez tiene cierto relieve, no es una línea plana horizontal (Figura 4).

Vale notar que el filo de la sombra, para un observador sobre la montaña, representa el instante de la puesta del Sol en el horizonte lejano; es decir, la evolución de las sombras indican un conjunto de puestas de Sol vistas desde los distintos hitos sobre la montaña tomada como referencia, siendo el último punto que ve una puesta de Sol el pico máximo en el cerro Tres Torres.

Por lo antes expuesto, la totalidad de esta experiencia didáctica está teñida de unos “amplios” intervalos de incerteza, a pesar de que la metodología utilizada fue, en principio, adecuada y rigurosa.



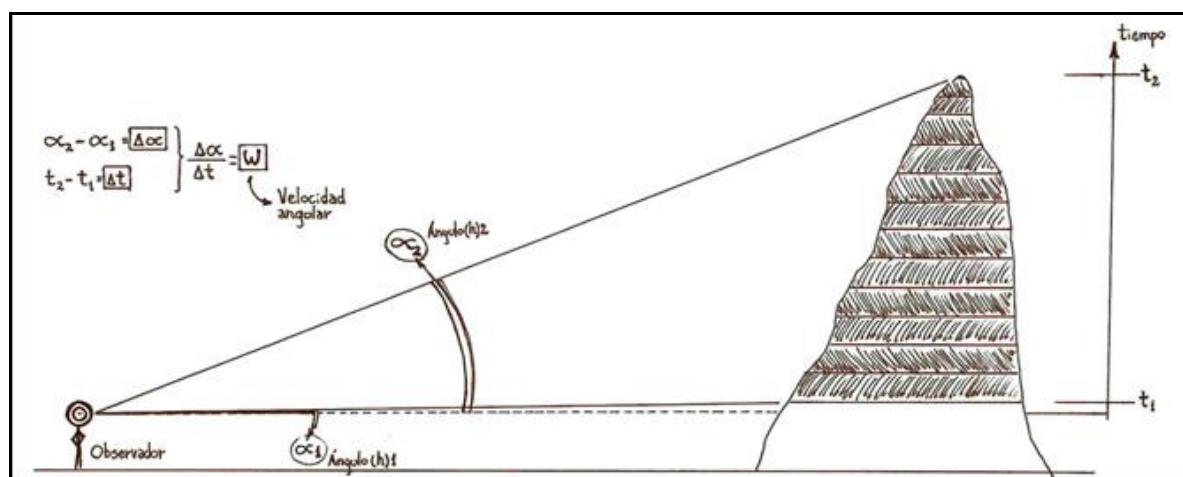
**Figura 4:** El horizonte SO, desde un punto de observación levemente por debajo del filo del Cerro R21. En el centro puede verse la ciudad de Esquel. Más allá del horizonte montañoso se encuentra Chile. Imagen: de los autores.

### PROCESO DE MEDICIÓN

El procedimiento matemático que permite obtener una medida aproximada de la velocidad angular de rotación de la Tierra, a partir de la observación de las sombras sobre la montaña, es muy simple: un cociente entre el ángulo que subtenden los relieves tomados como referencia y el intervalo de tiempo que tarda la sombra del planeta en pasar por ellos.

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$$

Así, el resultado de la resta del ángulo  $\alpha_2$  (altura angular del Nivel 5: filo del Tres Torres) menos el ángulo  $\alpha_1$  (altura angular del Nivel 1: Escudo) da el recorrido angular de las sombras sobre el paredón montañoso durante la puesta. Dividiendo este valor por el intervalo de tiempo en que la sombra recorre desde el Nivel 1 hasta el Nivel 5, se obtiene la velocidad angular del ascenso, que resulta ser una primera aproximación al valor de la velocidad angular de rotación de la Tierra. (Figura 5)



**Figura 5:** Un observador ubicado en el Nivel 0 (Ameghino e Irigoyen) observa cómo evolucionan en el tiempo las líneas de sombra sobre la montaña. Imagen: de los autores.

### CÁLCULO DE $\omega_{Tierra}$ A PARTIR DE LA EVOLUCIÓN DE LAS SOMBRAS

Los datos obtenidos (intervalos de tiempo) a partir de las filmaciones de las sombras sobre la montaña durante las puestas de Sol, se dan en la Tabla 2.

**Tabla 2:** Intervalos de tiempo medidos entre los Niveles 1 y 5.

| Intervalos de tiempo medidos |             |       |             |       |             |       |             |
|------------------------------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|-------|-------------|
| Día                          | $\Delta t$  | Día   | $\Delta t$  | Día   | $\Delta t$  | Día   | $\Delta t$  |
| 23/09                        | 15 min 50 s | 25/09 | 14 min 20 s | 01/11 | 13 min 30 s | 03/11 | 13 min 00 s |

Para realizar los primeros cálculos, y a partir del análisis en detalle de los videos obtenidos, se seleccionó el registro del 3 de noviembre, por ser el que permite una mejor apreciación del fenómeno, con una sombra más nítidamente contrastada, lo que brinda una mejor apreciación del intervalo temporal de la transición de las sombras entre los hitos tomados como referencia.

$$\Delta t_{\text{Nivel 5 - Nivel 1}} = 13 \text{ min } 00 \text{ s} \quad \Delta t_{\text{Nivel 5 - Nivel 1}} = 0,216667 \text{ h}$$



Por consiguiente, la velocidad angular calculada a partir de estos valores es:

$$\omega_{\text{Tierra, 03/11}} = \frac{\Delta\alpha_{\text{ Nivel 5-Nivel 1}}}{\Delta t_{\text{ 03/11}}} \quad \omega_{\text{Tierra, 03/11}} = \frac{6,354167^\circ}{0,216667 \text{ h}} \quad \omega_{\text{Tierra, 03/11}} = 29,3 \text{ }^\circ/\text{h}$$

Evidentemente, este resultado difiere en mucho, casi en un 100%, del valor aceptado (15°/h) para la velocidad angular de rotación terrestre, en un rango de incertezas inaceptable; tal resultado es un llamado de alerta sobre los supuestos que hemos considerado como válidos en la experiencia realizada.

A continuación analizaremos qué hemos supuesto en forma errónea.

### **La proyección de sombras y los ángulos que subtienden**

¿Qué parte del horizonte real proyectó las sombras que utilizamos para medir los tiempos? Es decir, ¿cuál es el relieve lejano, pero no infinito, que al ocultar el Sol poniente proyectó tales sombras?

En la Figura 6 se muestra la región de Esquel, en una escala mayor que en la Figura 1 (el ancho aproximado de esta imagen es de unos 50 km). El relieve que estaría proyectando las sombras sobre la pared de la montaña cercana a Esquel es el Cordón Situación, a la izquierda, cuyo pico más elevado es el cerro Situación (2.200 m); este cordón puede verse claramente en la foto tomada desde lo alto del Cerro R21, la cual se muestra en la Figura 4 (a la derecha).

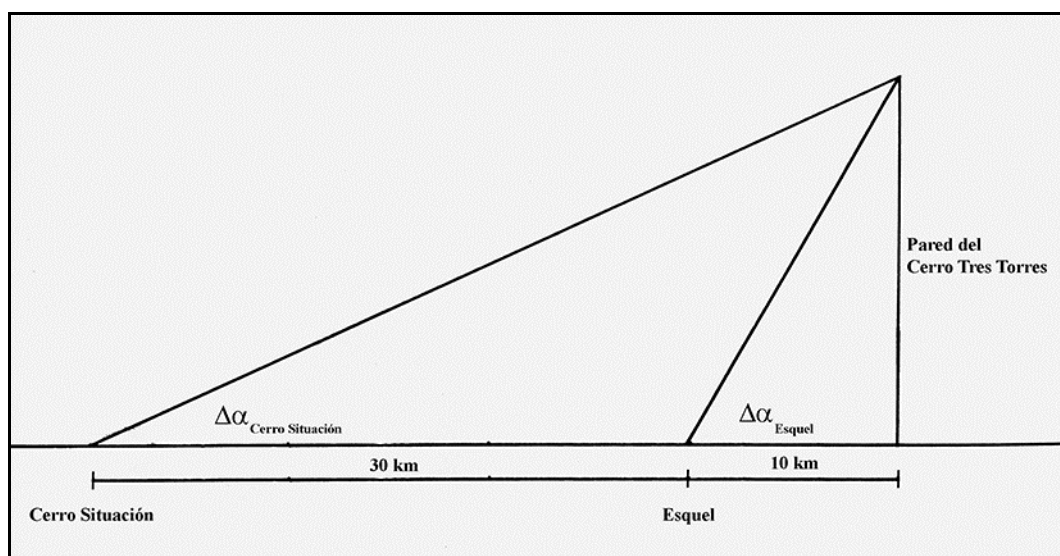


**Figura 6:** El relieve de la región de Esquel. El Cerro Tres Torres se encuentra a unos 10 km y el Cerro Situación a unos 30 km de Esquel. Imagen: captura de Google Earth editada.

Cabe preguntarse, entonces, si el observador estuviera en el cerro Situación, ¿bajo qué ángulos vería las sombras proyectadas por este cerro sobre la pared de la montaña cercana a Esquel? ¿Qué valor de la velocidad de rotación terrestre hallaría tal observador utilizando nuestro mismo método?

Si nuestro método fuera correcto, y el mismo permitiera determinar satisfactoriamente la velocidad de rotación de la Tierra, los resultados que obtendría aquel observador, procediendo de la misma forma, deberían ser equivalentes a los nuestros, y, en ambos casos, cada quien con su rango de incertezas, ser cercanos al valor aceptado de  $15^\circ/\text{h}$ .

Para estimar lo que hallaría nuestro colega observador ubicado en otro lugar, a unos 30 km de Esquel, en la dirección opuesta a la montaña sobre la que hemos trabajado, es necesario realizar algunos sencillos cálculos, a partir del esquema de la Figura 7.



**Figura 7:** Esquema que representa los ángulos bajo los cuales dos observadores ven la evolución de las sombras sobre la montaña cercana a Esquel, separados ambos por una distancia de aproximadamente 30 km. Imagen: de los autores.

Considerando que ambos observadores registran simultáneamente las mismas sombras sobre la pared de la montaña cercana a Esquel, y que además ambos miden idénticos intervalos de tiempo, es claro del esquema anterior que los ángulos bajo los cuales ambos ven evolucionar a las sombras son diferentes.

En el esquema anterior vale la siguiente relación trigonométrica:

$$\text{tg } \Delta\alpha_{\text{Cerro Situación}} \cdot 40 \text{ km} = \text{tg } \Delta\alpha_{\text{Esquel}} \cdot 10 \text{ km} \quad \rightarrow \quad \text{tg } \Delta\alpha_{\text{Cerro Situación}} = \frac{10 \text{ km}}{40 \text{ km}} \cdot \text{tg } \Delta\alpha_{\text{Esquel}}$$

$$\text{con } \Delta\alpha_{\text{Esquel}} = 6,354167^\circ, \quad \text{será: } \Delta\alpha_{\text{Cerro Situación}} = 1,594675^\circ$$

Finalmente, la velocidad angular de la Tierra, medida por el observador ubicado en el cerro Situación, será:

$$\omega_{\text{Tierra, Cerro Situación}} = \frac{1,594675^\circ}{0,216667 \text{ h}} \quad \omega_{\text{Tierra, Cerro Situación}} = 7,4^\circ/\text{h}$$

El valor obtenido es casi la mitad del valor aceptado de la velocidad de rotación terrestre, y difiere cerca del 200% respecto al valor obtenido desde Esquel. También en este caso entonces, el valor obtenido es inaceptable, muy por encima de cualquier tolerancia de incerteza experimental, lo que pone en duda nuevamente el método utilizado y sus supuestos.



### ***El cambio en la posición topocéntrica y sus efectos sobre nuestro método***

El principal supuesto que hemos utilizado, el cual debemos revisar a la luz de los resultados obtenidos, es que el ángulo recorrido por el borde de sombra tiene el mismo valor que el ángulo que el Sol recorrió en el cielo local en su trayectoria durante la puesta (reflejo a su vez del ángulo que ha rotado la Tierra).

En este supuesto, no hemos considerado la influencia determinante del lugar de observación (posición topocéntrica) desde el cual se observan las sombras, y el factor de proyección que esto genera en la medición de los ángulos. Los efectos de tal factor de proyección han quedado claros con el análisis realizado al imaginar a un observador a 30 km del lugar original de observación.

Si bien es cierto que habrían otros factores que contribuirían al rango de incertezas experimentales de esta experiencia, como por ejemplo: la variación en el ángulo de la trayectoria del Sol y de los puntos de puesta dependiendo de la época del año (declinación y latitud), la orientación del cordón montañoso que genera la sombra con respecto a la montaña sobre la que se proyecta la misma (acimut), lo difuso del borde de sombra (terminador), el relieve e inclinación de ambas montañas, etc., en todos los casos estos factores sólo habrían dado un cierto ancho al intervalo de incerteza en el proceso de medición realizado, principalmente sobre los intervalos de tiempo y en menor medida sobre los ángulos, aunque sin poner en dudas ni la validez del método usado, ni sus supuestos y resultados finales.

### **COMENTARIO FINAL**

No siempre una investigación tiene como resultado la corroboración positiva de lo que uno pensaba (o deseaba), quizás validar una cierta hipótesis. Pero rara vez se valora que un supuesto no funcione, y muy pocas veces se informa que algo no salió como se suponía que debía salir.

Es de gran importancia para nuestro campo específico, cual es la Didáctica de la Astronomía, tanto como para la educación en general, valorar los errores, aún aquellos que molestan mucho. No está de más recordar que han sido muchos los pensadores y educadores (Piaget, Freire, Popper, Bachelard, Bordieu, etc.) que valoraron el error y la búsqueda a través de la acción sin certezas de logros preestablecidos, mostrando su riqueza por encima de los resultados positivos que pudieran quizás lograrse de forma rápida y a veces inconscientemente (Astolfi, 1999; Reggini, 2003). Valga entonces aquella frase tradicional que expresa que “posiblemente los peores errores de nuestra vida son los que no hemos cometido”.

En el proceso que hemos presentado suponíamos que podríamos encontrar algo similar a lo realizado midiendo la velocidad de rotación terrestre a partir del movimiento de Marte y de la estrella Hamal (Camino et alii, op. cit.). Sin embargo, hallamos que los mismos supuestos no son válidos, y después de mucho esfuerzo y análisis, entendimos por qué: la proyección de sombras no es un “invariante” (o “absoluto”) respecto de un sistema de referencia común para todos, sino que el lugar desde donde se observan las proyecciones con respecto a la pantalla de proyección, dan una variación de gran influencia en las correspondientes mediciones.

Lo único “invariante” (más allá de las incertezas) han sido los intervalos de tiempo medidos, los cuales deberían ser los mismos independientemente del lugar desde el cual se los midiera (Esquel o el cerro Situación); sin embargo, las variaciones angulares de las sombras que se registraron son muy diferentes.

El otro “invariante” sería el ángulo que los rayos de luz del Sol formarían en el espacio en los instantes extremos de aquellos intervalos de tiempo, pero esto sólo valdría si la “pantalla de proyección” fuera una superficie concéntrica con el Sol ubicada muy lejos de la superficie terrestre.

Es decir, no hay ninguna duda de que lo que produce la evolución de las sombras del horizonte sobre la montaña cercana a Esquel, durante las puestas de Sol de primavera, es el movimiento de rotación diurna de la Tierra. Pero no es verdad que cualquier efecto producido por tal rotación nos posibilite medir el valor de la velocidad angular terrestre: algunos sí lo permiten (con estrellas), otros no.

Así, y como otra conclusión importante, valoramos profundamente la intención de buscar de qué manera, a partir de observaciones reales del entorno natural en el que vivimos, podríamos construir conocimiento astronómico y didáctico valioso. Ejemplos no faltan, ya que en los últimos tiempos hemos realizado diversos proyectos compartidos que nos han posibilitado medir parámetros de gran importancia como latitud, oblicuidad, etc. (Camino et alii, 2009, 2014, 2016). El trabajo aquí presentado comparte el espíritu y la intencionalidad didáctica de aquellos proyectos compartidos con educadores e investigadores de la Región.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASTOLFI, Jean Pierre. **El “error”, un medio para enseñar**. Vol. 15, Investigación y Enseñanza: Serie Práctica. Barcelona: Ed. Díada. 1992.

Atmospheric Optics. <http://www.atoptics.co.uk/atoptics/earshad.htm> (último acceso 01/06/2016)

CAMINO, Néstor, ROS, Rosa María. ¿Por dónde sale el Sol?. **Revista Educación en Ciencias**, BA, Argentina, vol. 1, núm. 3, pp. 11 a 17, nov. 1997.

CAMINO, Néstor, et al. Observación conjunta del Equinoccio de marzo, Proyecto CTS 4 – Enseñanza de la Astronomía. **Caderno N°31 (número especial), SBPC**. 2009. Disponible en: [http://www.sbpcnet.org.br/site/publicacoes/outras-publicacoes/caderno\\_digital/caderno\\_31.pdf](http://www.sbpcnet.org.br/site/publicacoes/outras-publicacoes/caderno_digital/caderno_31.pdf) (último acceso 01/06/2016).

CAMINO, Néstor, et al. Determinación de la velocidad de rotación terrestre utilizando una montaña, una estrella y un planeta. SNEA III, Curitiba, Brasil, octubre de 2014. **Actas**. Disponible en: <http://sab-astro.org.br/sneaIII/inicio> (último acceso 01/06/2016).

CAMINO, Néstor, et al. Determinación de la oblicuidad de la Eclíptica. Proyecto de observación conjunta entre Brasil y Argentina. SNEA III, Curitiba, Brasil, octubre 2014. **Actas**. Disponible en: <http://sab-astro.org.br/sneaIII/inicio> (último acceso 01/06/2016).

CAMINO, Néstor, et al. Determinación observacional de la Analema. Proyecto sudamericano de observación conjunta. SNEA IV, Goiânia, Brasil. **Actas**. 2016.

REGGINI, Horacio. El papel del error en la búsqueda del saber. **Academia Nacional de Educación, Boletín N°52**. 2003.

VIVES, Teodoro. **Astronomía de posición**. Espacio y Tiempo. Madrid: Ed. Alhambra. 1971.