

## DETERMINACIÓN DE LA VELOCIDAD DE ROTACIÓN TERRESTRE UTILIZANDO UNA MONTAÑA, UNA ESTRELLA Y UN PLANETA

### DETERMINATION OF EARTH ROTATIONAL VELOCITY BY USING A MOUNTAIN, A STAR AND A PLANET

Néstor Camino<sup>1</sup>, Damián Assin Simeoni<sup>2</sup>, Isaac Funes<sup>2</sup>, Facundo Rigatuso<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Complejo Plaza del Cielo – CONICET – Facultad de Humanidades y Ciencias Sociales UNPSJB,  
[nestor.camino@speedy.com.ar](mailto:nestor.camino@speedy.com.ar)

<sup>2</sup> Colegio Salesiano “San Luis Gonzaga”

#### Resumen

*Es posible determinar la velocidad de rotación de la Tierra midiendo los efectos observables de este movimiento en el contexto natural local: los cambios en el cielo nocturno con respecto al horizonte local. A partir de la observación desde dos posiciones topocéntricas diferentes de la salida de Marte y Hamal ( $\square$  Aries) por detrás de una de las montañas que rodean Esquel (cerro R21), y midiendo los distintos tempos de salida producida esta diferencia debido al efecto de paralaje, fue posible estimar la velocidad angular de la Tierra. Los resultados están dentro de un margen de incerteza del 5% del valor aceptado, lo que es un resultado muy satisfactorio considerando el método utilizado. Este trabajo fue desarrollado por un equipo de tres estudiantes (de 18 años), cuando estaban en el último año de la escuela secundaria (Colegio Salesiano San Luis Gonzaga), y coordinado por un investigador externo a la institución. El estudio duró todo el año académico 2007. Los estudiantes están hoy cursando sus estudios en la universidad.*

**Palabras-clave:** *Velocidad de rotación, Hamal y Marte; Horizonte local; Paralaje.*

#### Abstract

*It is possible to determine the angular speed of Earth rotation by means of measuring the observable effects of this movement in the perceived natural context: the changes in the nocturnal sky with respect to the local horizon. By means of observing the parallax effect produced in the rising times of Mars and Hamal ( $\alpha$  Aries), produced by the change of an observer's topocentric position, as they emerge from behind the R21 Hill in Esquel, Chubut, it was possible to estimate Earth's angular velocity. Results are within 5% of the accepted value, which is a very successful figure considering the methods used. This work was developed by a team of three students (18 years old), when they were in their last year of Secondary School, coordinated by an external investigator, in the educational institution Colegio Salesiano San Luis Gonzaga. The study spanned a whole academic year 2007; nowadays, they are studying at the university level.*

**Keywords:** *Earth rotational velocity; Hamal and Mars; Local horizon; Parallax.*

## INTRODUCCIÓN

Presentamos en este trabajo una forma sencilla para determinar la velocidad de rotación de la Tierra, a partir de medir la diferencia entre los instantes de tiempo en que salen Hamal ( $\alpha$  Aries) y Marte, por detrás de una de las montañas que rodean a Esquel, al variar la posición topocéntrica del observador.

El trabajo fue realizado a partir de la actividad de investigación que Damián, Isaac y Facundo desarrollaron en 2007, en la asignatura “Proyectos de Investigación en Ciencias Naturales”, cuando cursaron el último año del nivel secundario en el Instituto Salesiano San Luis Gonzaga de Esquel, siendo asesorados y acompañados durante ese año por un profesor universitario (NC), externo a la Institución, en el marco de las acciones del Complejo Plaza del Cielo (<https://www.facebook.com/pages/Plaza-del-Cielo/633523626711917>).

## CARACTERIZACIÓN TOPOGRÁFICA DEL ENTORNO DE ESQUEL

La ciudad de Esquel ( $42^{\circ} 55' S$ ,  $71^{\circ} 20' O$ , 568 m.s.n.m.) está ubicada en Chubut, en la Patagonia argentina, en la zona de transición entre la meseta y un gran valle que termina en la región de los lagos, cerca del límite con Chile. Los picos más altos son los cerros R21 (al NNE, 1.772 m), Tres Torres (al NE, 2.082 m) y el macizo Nahuel Pan (al SE, 2.153 m, pico máximo de la región) (Figura 1). Por ser el trazado geométrico de Esquel una grilla cuadriculada orientada a  $45^{\circ}$  de la dirección N-S, y dada la orientación del Cordón Esquel (NO-SE), una de las avenidas principales de la ciudad, la avenida Ameghino, es prácticamente perpendicular a los cerros 21 y Tres Torres, los picos más altos del citado Cordón Esquel.



**Figura 1:** Esquel y la zona cercana a la ciudad. Imagen: Captura de Google Earth, editada.

## EL MOVIMIENTO DIURNO DE LA TIERRA

Debido al movimiento de rotación de la Tierra sobre su propio eje, el Sol, un planeta, una estrella, como objetos físicos visibles desde una cierta posición sobre el suelo terrestre, cambian su posición en el cielo como reflejo cinemático, con la misma velocidad angular que la propia del planeta.

La velocidad de rotación de la Tierra, con respecto a un sistema inercial exterior a ella (ubicado, por ejemplo, en el fondo estrellado), es  $\omega_{\text{Tierra}}=360^\circ/24\text{h}$  ( $15^\circ/\text{h}$ ). Cuando desde la superficie terrestre se mide el intervalo de tiempo que tarda un objeto celeste, muy lejano, en dar una vuelta completa, el mismo es entonces de 24 horas. Este proceso da origen a la escala de Tiempo Sidéreo, distinta a la escala de Tiempo Solar (que toma como objeto al Sol), debido a que en este caso influye fuertemente que la Tierra está vinculada al Sol en su movimiento de traslación. Por esta razón, si se expresa el período de tiempo que tarda la Tierra en girar  $360^\circ$  sobre sí misma en la escala de Tiempo Solar, el mismo es levemente menor que 24 horas, siendo el valor aceptado en la actualidad de 23 h 56 min 04 s. Viceversa, en un día solar medio, de 24 horas en la escala de Tiempo Solar, la Tierra gira un poco más que  $360^\circ$ , casi  $1^\circ$  más:  $360.9856^\circ$  (Vives, 1971).

Un observador ubicado en su posición topocéntrica no puede discriminar sólo por observar el movimiento del cielo si es éste o es la Tierra lo que gira una vez por día. Tal decisión le llevó a la Humanidad muchos siglos de observaciones, modelos y serios conflictos, ya que en general la elección quedaba fuertemente ligada a cuestiones de cosmovisiones y no necesariamente podía resolverse a partir de observar y medir, por complejos que fueran tales procesos (Hanson, 1978; Kuhn, 1985). Sólo el análisis dinámico de fenómenos asociados con la aceleración de Coriolis, perceptible en huracanes y remolinos, así como con el estudio del Péndulo de Foucault (Cabrera, 2006), posibilitan a un observador sobre la superficie terrestre comprender que es la Tierra como planeta la que gira sobre sí misma y no el universo todo en torno a ella (aun así, esto podría ser discutible: Vives, 2006).

Más allá de este último comentario, y debido a que la experiencia (sencilla desde lo conceptual, y con fines netamente didácticos) que presentamos en este trabajo se realizó midiendo intervalos de tiempo con relojes basados en el Sistema Internacional, derivado a su vez del Tiempo Solar Medio, y utilizando como referencias espaciales a una estrella (Hamal) y a un planeta (Marte, fuera del sistema Tierra-Sol), consideraremos que la velocidad angular de la Tierra que tomaremos como referencia es:

$$\omega_{\text{Tierra}} = 360.9856^\circ/24\text{h}_{(\text{TSM})} = 15.041067^\circ/\text{h}_{(\text{TSM})}$$

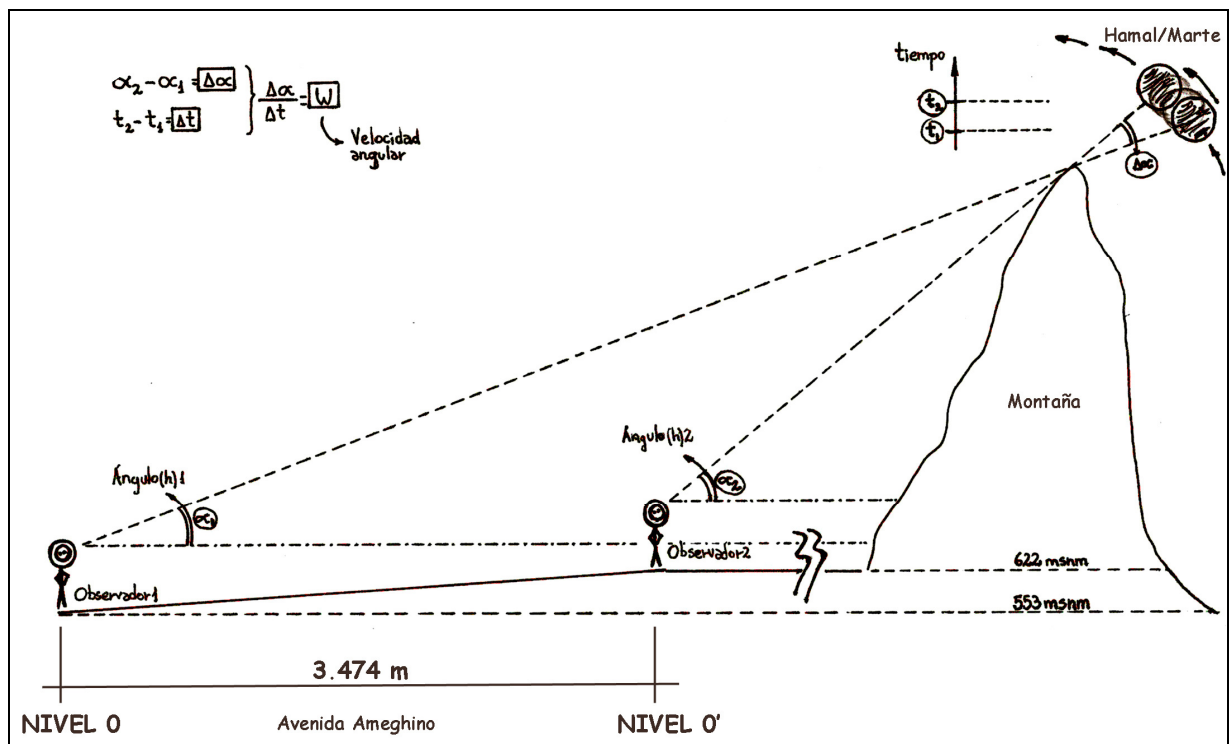
## HAMAL ( $\alpha$ ARIES) Y MARTE

Hamal es la estrella más brillante de la constelación de Aries, una gigante roja ubicada en la posición  $\alpha = 02 \text{ h } 07 \text{ min}$  y  $\delta = +23^\circ 27'$ ; Hamal sale en el horizonte de Esquel hacia el NE, y en los meses de primavera esto ocurre poco después de medianoche. Marte se ve también de color rojo, y en la época en que se realizó esta experiencia su brillo era muy intenso, ya que su distancia a la Tierra era relativamente menor, yendo hacia la oposición ocurrida en diciembre de 2007; hacia septiembre, Marte salía por el horizonte NE aproximadamente a las 03:00 AM.

## METODOLOGÍA

El proceso de medición consistió en tomar los instantes de tiempo en que Hamal y Marte salían por el horizonte definido por el Cordón Esquel, desde dos puntos distintos sobre el suelo de Esquel, uno más cerca de la montaña y el otro alejado aproximadamente 3,5 km, sobre la citada avenida Ameghino.

La diferencia entre los instantes de salida de ambos objetos se debe a que el cambio en la posición topocéntrica genera una diferencia angular entre las visuales observador-objeto, denominada “paralaje”. Para estimar esta diferencia, desde el Nivel 0 al inicio de la avenida Ameghino se midieron con un teodolito las alturas angulares de los picos más altos, y lo mismo se realizó desde el segundo punto de referencia (Nivel 0’), en el extremo de la avenida más cercano a la montaña. Ambas posiciones están separadas por una distancia de 3.474 m (Figura 2).



**Figura 2:** Dos observadores, separados por una distancia de 3.474 m, ven la salida del mismo objeto por detrás del cerro en distintos instantes por un efecto de paralaje.

Al cambiar de posición con respecto al cerro, el observador ubicado en el Nivel 0 observa la salida de Hamal, por ejemplo, un cierto intervalo de tiempo antes que el observador ubicado en el Nivel 0’. Esta diferencia temporal se da debido a que a la Tierra “le lleva” cierto tiempo rotar el ángulo de la paralaje entre ambas posiciones sobre el suelo (el intervalo se mide tomando como referencia un objeto externo, por lo que es una cantidad correspondiente a la escala de Tiempo Sidéreo).

Conociendo las alturas angulares del punto por donde sale el objeto (Hamal o Marte) desde las dos ubicaciones de referencia, se restan ambas cantidades y se divide esta variación angular (el ángulo de paralaje) por el intervalo de tiempo que transcurre entre que ambos observadores visualizaron el objeto en cuestión.

## DETERMINACIÓN DEL ÁNGULO DE PARALAJE

Los valores obtenidos al medir las alturas angulares de ambos cerros, desde las dos posiciones topocéntricas se dan en la Tabla 1.

**Tabla 1:** Diferencias en la altura angular de los cerros, según la posición topocéntrica.

Nivel	Altura angular del cerro R21	Altura angular del cerro Tres Torres
Altura angular desde el Nivel 0' (Ameghino y el Puente)	12° 24' 30"	12° 41' 00"
Altura angular desde el Nivel 0 (Ameghino e Irigoyen)	07° 55' 15"	08° 35' 15"
<b>Ángulo de paralaje N0-N0'</b>	<b>04° 29' 15"</b>	<b>04° 05' 45"</b>

Cabe destacar que Hamal (y Marte también) salen detrás de la montaña en una posición levemente a la izquierda del pico del cerro R21, aunque en distintos instantes de tiempo, para ambos observadores. La diferencia en altura con respecto al pico propiamente dicho del R21 es, a los fines del presente trabajo, despreciable, por lo que se considerará que la altura angular de estos dos cuerpos celestes en el momento de su salida coincidirá exactamente con la altura angular del pico del Cerro R21, tanto para un observador en la posición N0 como para uno en la posición N0'.

De esta manera, el ángulo de paralaje que subtienden las visuales al filo del cerro por donde salen ambos objetos, desde ambas ubicaciones topocéntricas es:

$$\Delta\theta = \alpha_2 - \alpha_1 = 04^\circ 29' 15'' \equiv 4.487500^\circ$$

### Corrección por desnivel geográfico

Debido a la pendiente del suelo ( $\sim 2/100$ ) entre las dos posiciones tomadas como referencia, es necesario realizar una corrección al valor anterior de la paralaje.

La posición topocéntrica de avenida Ameghino y avenida Irigoyen (Nivel 0) es el nivel más bajo posible dentro de la geografía de Esquel; la posición topocéntrica de avenida Ameghino y el puente sobre el Arroyo Esquel (Nivel 0') está sesenta y nueve metros (69 m) más elevada con respecto a la primera ubicación. Por esta razón (Figura 3), el observador en N0' vería salir a Hamal o a Marte antes de lo que sucedería si estuviera al mismo nivel que la posición N0.

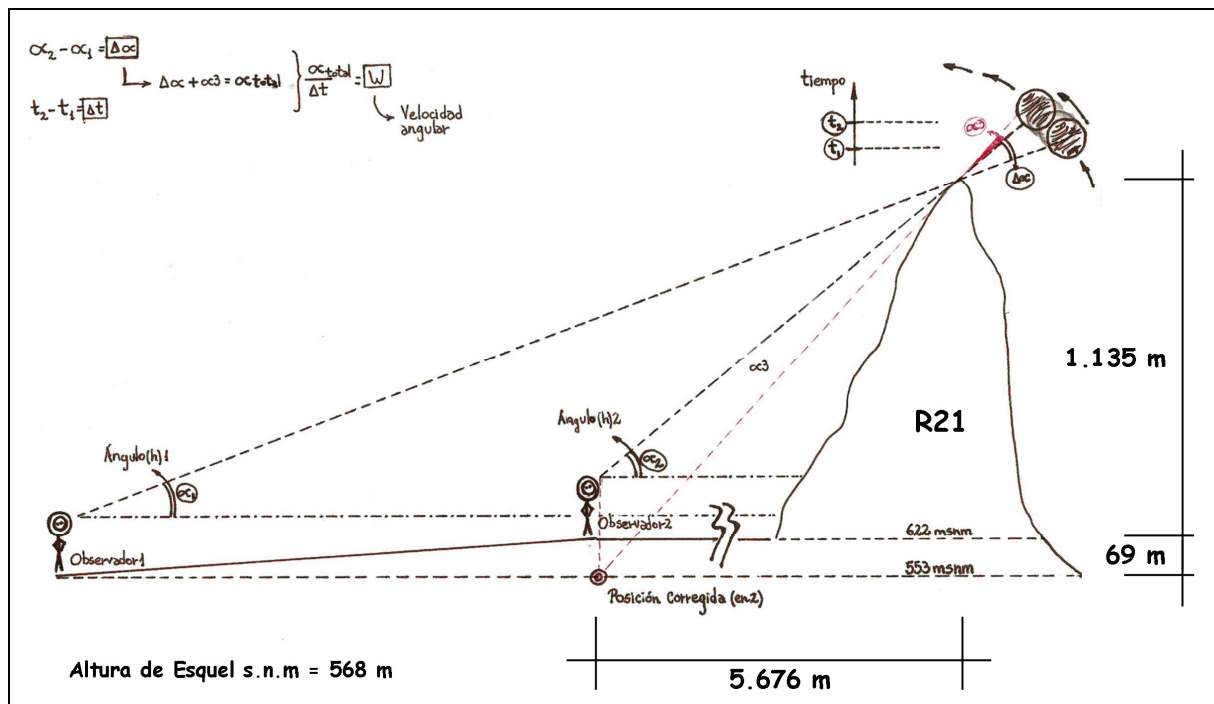
A partir de relaciones trigonométricas (teoremas del seno y del coseno), y con los datos oficiales de distancias y alturas sobre el nivel del mar del Instituto Geográfico Nacional, se obtiene que el ángulo en el cielo (una nueva "paralaje" por desnivel) que debería ser sumado al ángulo inicial es:  $\Delta\theta_{\text{desnivel}} = 00^\circ 40' 03''$ .

Así, el ángulo de paralaje total, ya corregido por desnivel, que subtienden las visuales al filo del cerro desde ambas ubicaciones topocéntricas es:

$$\Delta\theta_{\text{paralaje total}} = \Delta\theta_{\text{paralaje}} + \Delta\theta_{\text{desnivel}} = 04^\circ 29' 15'' + 00^\circ 40' 03''$$

$\Delta\theta_{\text{paralaje total}} = 05^\circ 09' 18'' \equiv 5.155000^\circ$
--





**Figura 3:** Corrección aplicada al ángulo de paralaje, debido a la variación en el ángulo que subtenden ambas visuales, producida por la diferencia de niveles entre ambas posiciones.

### CÁLCULO DE LA VELOCIDAD ANGULAR DE LA TIERRA A PARTIR DE HAMAL

Las mediciones sobre Hamal se realizaron entre septiembre y octubre, casi a medianoche (debía alcanzar una altura angular de aproximadamente  $7^\circ$ , para superar el filo del cerro R21). Los datos obtenidos se dan en la Tabla 2.

**Tabla 2:** Mediciones de los intervalos de tiempo de salida de Hamal.

	fecha	$t_i$	$\Delta t = t_f - t_i$
	28/09	23 h 49 min	32 min 16 s
	29/09	23 h 45 min	32 min 09 s
	05/10	23 h 21 min	32 min 06 s
	11/10	22 h 58 min	32 min 08 s
	20/10	22 h 22 min	32 min 09 s
<b>Salida de Hamal por detrás del cerro R21.</b>	<b>Promedio general: 32 min 10 s</b>		

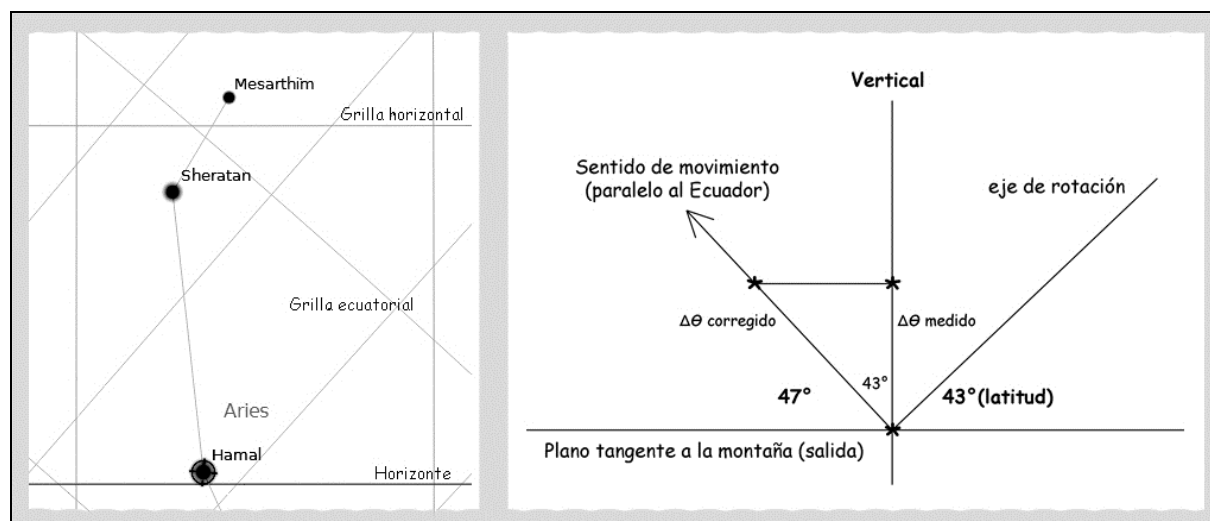
La velocidad angular obtenida a partir de la observación de Hamal, a partir del promedio de tiempos antes calculado ( $\Delta t = 32 \text{ min } 10 \text{ s} \equiv 0.536111 \text{ h}$ ), es:

$$\omega_{\text{Hamal}} = \frac{5.155000^\circ}{0.536111 \text{ h}} \quad \omega_{\text{Hamal}} = 9,615546^\circ/\text{h}$$

Es necesario realizar algunas correcciones a este primer resultado, debido principalmente a dos causas: latitud geográfica y declinación de Hamal.

**Corrección por inclinación del Ecuador celeste (corrección por Latitud)**

Hasta aquí, hemos considerado como si el objeto celeste saliera detrás del horizonte moviéndose en forma perpendicular al mismo, lo que para una latitud como la de Esquel ( $43^\circ$ ) es falso (Figura 4). Es decir, estamos subvaluando la velocidad angular de la Tierra. Por esta razón, es necesario realizar una corrección que incorpore el hecho de que en el intervalo de tiempo medido la Tierra giró un ángulo mayor que el que hemos considerado.



**Figura 4:** Corrección por latitud.

La corrección a aplicar está relacionada con la latitud del lugar, y es:

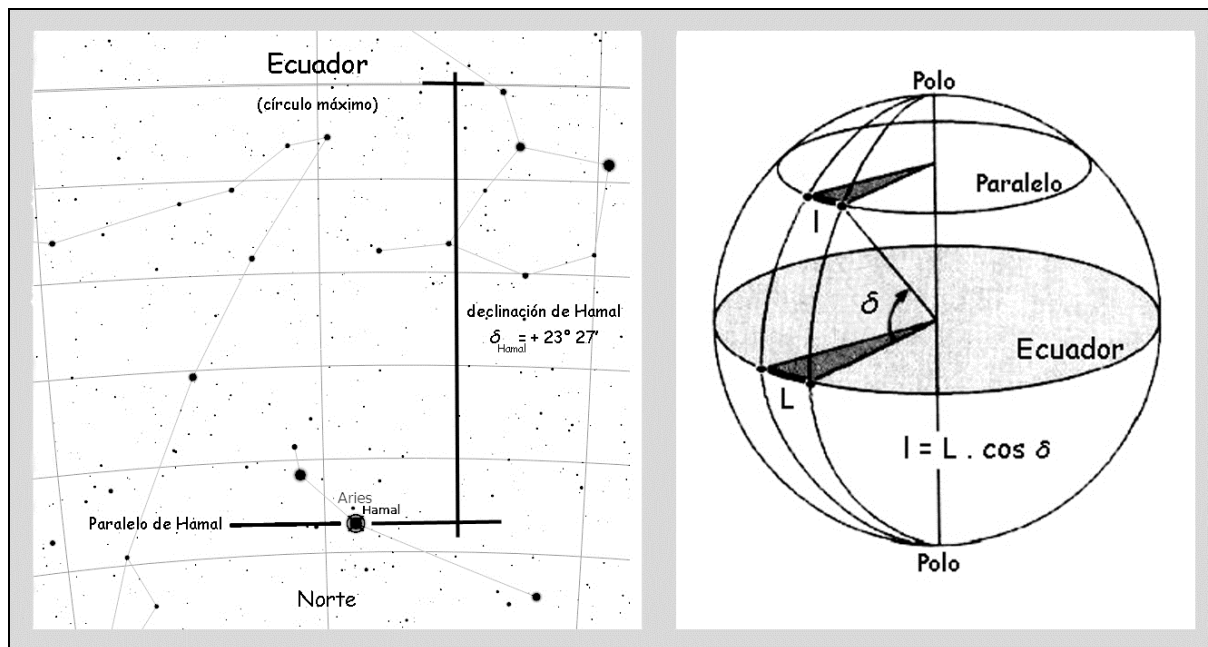
$$\omega_{\text{latitud}} = \frac{\omega_{\text{medida}}}{\cos 43^\circ}$$

El valor de la velocidad angular de la Tierra corregido por latitud es:

$$\omega_{\text{Hamal latitud}} = \frac{9,615546^\circ/\text{h}}{\cos 43^\circ} \quad \omega_{\text{Hamal latitud}} = 13,147600^\circ/\text{h}$$

**Corrección por declinación de Hamal ( $\delta_{\text{Hamal}}$ )**

Una corrección similar se debe aplicar al valor antes hallado, debido a la declinación de los cuerpos bajo estudio. Es decir, también estamos subvaluando la velocidad angular de la Tierra al considerar que los arcos descriptos en el cielo son partes de un círculo máximo, siendo que no lo son para objetos cuya declinación es diferente a  $0^\circ$  (Figura 5).



**Figura 5:** Corrección por declinación.

En particular, Hamal es una estrella cuya declinación, en el contexto de una actividad experimental como la del presente trabajo, puede considerarse constante ( $\delta_{\text{Hamal}} = +23^\circ 27'$ ). Por esta razón, el factor de corrección es fijo y vale  $\cos 23.45^\circ$ . Entonces, es:

$$\omega_{\text{Hamal declinación}} = \frac{13,147600 \text{ }^\circ/\text{h}}{\cos 23.45^\circ} \qquad \omega_{\text{Hamal declinación}} = 14.33 \text{ }^\circ/\text{h}$$

**Resultado final de  $\omega_{\text{Tierra}}$  a partir de la salida de Hamal**

Finalmente, el resultado obtenido observando la salida de Hamal desde dos posiciones topocéntricas distintas, es:

$\omega_{\text{Tierra (promedio, a partir de la salida de Hamal)}} = 14.33 \text{ }^\circ/\text{h}$


El valor final de la velocidad de rotación de la Tierra, a partir del promedio de los cuatro intervalos de tiempo medidos observando la salida de Hamal, difiere en aproximadamente un 5 % con respecto al valor tomado como referencia, lo que representa un valor muy satisfactorio en el contexto de la experiencia realizada.



## CÁLCULO DE LA VELOCIDAD ANGULAR DE LA TIERRA A PARTIR DE MARTE

Las mediciones sobre Marte se realizaron en octubre, de madrugada (también debía alcanzar una altura angular de aproximadamente  $7^\circ$ , para superar el filo del cerro R21). Los datos obtenidos se dan en la Tabla 3.

**Tabla 3:** Mediciones de los intervalos de tiempo de salida de Marte.

	fecha	$t_i$	$\Delta t = t_f - t_i$
	13/10	03 h 13 min	32 min 14 s
	23/10	02 h 49 min	32 min 11 s
<b>Salida de Marte por detrás del Cerro R21.</b>	<b>Promedio general: 32 min 13 s</b>		

El ángulo de paralaje total se considera el mismo que con Hamal, por lo que el valor de la velocidad angular obtenido a partir del promedio los dos intervalos de tiempo medidos en la observación de Marte ( $\Delta t = 32 \text{ min } 13 \text{ s} \equiv 0.536944 \text{ h}$ ), es:

$$\omega_{\text{Marte}} = \frac{5.155000^\circ}{0.536944 \text{ h}} \quad \omega_{\text{Marte}} = 9,600621^\circ/\text{h}$$

Del mismo modo que lo realizado con las observaciones de Hamal, corregiremos el valor anterior por latitud geográfica y por declinación de Marte.

### **Corrección por inclinación del Ecuador celeste (corrección por Latitud)**

La corrección por latitud será la misma aplicada para Hamal es:

$$\omega_{\text{Marte latitud}} = \frac{9.600621^\circ/\text{h}}{\cos 43^\circ} \quad \omega_{\text{Marte latitud}} = 13.127193^\circ/\text{h}$$

### **Corrección por la declinación de Marte ( $\delta_{\text{Marte}}$ )**

Si bien, a diferencia de Hamal, Marte tiene un movimiento propio notorio a lo largo de los meses, producto de la composición entre el movimiento orbital de la Tierra y el movimiento orbital de Marte, tal como es observado desde el suelo, a los fines del presente trabajo consideraremos que la declinación de Marte no varió en gran cantidad durante el período de observación (de hecho, los valores de la declinación en un intervalo de diez días, 13/10/07 a 23/10/07, sólo cambió en  $19'$ ).

Por lo anterior, consideraremos el valor de la declinación de Marte en la mitad de ese intervalo de fechas como representativo de su posición en el cielo de aquellos días. El valor es:  $\delta_{\text{Marte}} = + 23^\circ 41'$ .

La corrección por declinación será entonces:

$$\omega_{\text{Marte declinación}} = \frac{13.127193^\circ/\text{h}}{\cos 23.68^\circ} \quad \omega_{\text{Marte declinación}} = 14.33^\circ/\text{h}$$

Este valor coincide con el obtenido a través de la observación de Hamal.

## DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS Y COMETARIO FINAL

El resultado obtenido para la velocidad de rotación de la Tierra, considerando la salidas de Hamal y de Marte, observadas desde dos posiciones topocéntricas distintas, luego de aplicar correcciones por el desnivel de los observadores, por su latitud geográfica, y por la declinación de los objetos, es:

$$\omega_{\text{Tierra (promedio, a partir de la salida de Hamal y de la salida de Marte)}} = 14.33 \text{ } ^\circ/\text{h}$$

Cabe destacar que este resultado tiene un error relativo porcentual de aproximadamente un 5%, lo que da clara noción de lo satisfactorio del proceso de medición realizado y de la “bondad” de los resultados obtenidos. Esto es más relevante aun considerando el contexto general en el que fue realizada la experiencia: observación a ojo desnudo, con baja precisión, con pocas mediciones, y con fuerte énfasis en una actividad didáctica realizada por estudiantes secundarios. Las fuentes de incerteza en el proceso realizado fueron muchas, quizás las más importantes son las siguientes: interferencias visuales de carácter permanente o eventual, como el alumbrado público y la Luna; el clima de la época, nuboso y frío; la diferencia en acimut entre las posiciones de salida de los objetos estudiados, generada por variar las posiciones topocéntricas de referencia (una “paralaje en acimut”); y el efecto de la refracción atmosférica a menos de 10° de altura.

Finalmente, consideramos que esta experiencia es una muy buena posibilidad para introducir a las personas, en general, al aprendizaje de conceptos astronómicos tratados desde un enfoque alternativo, con una perspectiva local, fomentando no sólo que el aprendizaje sea una actividad cognoscitiva dinámica y creativa, sino también que genere una nueva visión del entorno y de nuestro lugar en él, haciendo propios en forma significativa no sólo al cielo sino al lugar donde vivimos. Lo más trascendente del presente trabajo, además, es que fue realizado con estudiantes adolescentes del nivel secundario, a través de meses de trabajo sistemático, con observaciones nocturnas en época de mucho frío en la Patagonia, con profundo trabajo de estudio, discusión y sistematización de la información, y con el desafío de compartir con compañeros y profesores la construcción de conocimiento que fueron capaces de realizar en el proceso compartido para medir la velocidad de rotación terrestre mediante los cambios en el cielo de nuestra ciudad.

## REFERENCIAS

CABRERA, R. (2006). **Péndulo de Foucault instalado en la FCEyN, UBA.** <http://neuro.qi.fcen.uba.ar/ricuti/foucault/foucault.html> (recup. 10/06/14).

HANSON, N. R. (1978). **Constelaciones y conjeturas.** Alianza, Madrid.

INTERNATIONAL EARTH ROTATION AND REFERENCE SYSTEM SERVICE. [http://www.iers.org/sid\\_1CFA130DA54CBA85CA0C97F0CF346DCD/IERS/EN/IERS/Home/home.html?\\_nnn=true](http://www.iers.org/sid_1CFA130DA54CBA85CA0C97F0CF346DCD/IERS/EN/IERS/Home/home.html?_nnn=true) (recup. 10/06/14).

KUHN, T. (1985). **La revolución copernicana.** Editorial Ariel S.A., Barcelona.

VIVES, T. (1971). **Astronomía de posición.** Espacio y Tiempo. Madrid: Ed. Alambra S. A.

VIVES, T. (2006). **Espacio y Tiempo.** Madrid: Equipo Sirius. Colección Milenium.